

# LA FALACIA DEL EJE TEMPORAL: UN ESTUDIO CON FUTUROS PROFESORES DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

## THE TIME AXIS FALLACY: A STUDY WITH PROSPECTIVE SECONDARY SCHOOL TEACHERS

**Contreras, J.M.** <sup>(1)</sup>, **Díaz, C.** <sup>(2)</sup>, **Batanero, C.** <sup>(1)</sup>, **Arteaga, P.** <sup>(1)</sup>

*Universidad de Granada* <sup>(1)</sup>, *Universidad de Huelva* <sup>(2)</sup>

### Resumen

*En este trabajo analizamos las respuestas a tres ítems relacionados con la falacia del eje temporal en una muestra de 196 licenciados en matemáticas y futuros profesores de educación secundaria y Bachillerato. Se comparan los resultados con de Díaz (2007) en una muestra de 414 estudiantes de Psicología. Se concluye la necesidad de una mejor formación probabilística de los futuros profesores que incluya actividades dirigidas a confrontarlos con sus sesgos de razonamiento.*

### Abstract

*In this paper we analyze the responses to three items related to the time axis fallacy in a sample of 196 mathematics undergraduates and prospective secondary school mathematics teachers. Results are compared with those obtained by Díaz (2007) in a sample of 414 Psychology students.. We conclude the need for a better preparation of prospective teachers that include some activities directed to confront them with their reasoning biases.*

**Palabras clave:** *Sesgos, Probabilidad Condicional, Futuros Profesores de Secundaria, Evaluación.*

**Key words:** *Biases, Conditional Probability, Prospective Secondary Teachers, Assessment.*

## Problema de investigación y objetivo

Aunque la probabilidad se ha incluido en la enseñanza secundaria en las últimas dos décadas, recientemente las orientaciones curriculares recomiendan reforzar las intuiciones de los estudiantes mediante una aproximación más experimental (MEC, 2006, 2007). Para asegurar el éxito de estas propuestas los profesores han de ser conscientes de la existencia de posibles sesgos y superarlos. Sin embargo Pierce y Chick (2011) indican que algunos profesores de matemáticas se encuentran inseguros al enseñar esta materia, especialmente cuando tratan de contribuir a la formación, no sólo de los conocimientos matemáticos de sus estudiantes, sino también de sus intuiciones probabilísticas.

El objetivo de este estudio es evaluar en los futuros profesores la posible presencia de la falacia del eje temporal, muy extendida en el estudio de Díaz (2007) con 414 estudiantes de primer año de Psicología. La autora sugiere que este sesgo puede repercutir posteriormente en dificultades en la resolución de problemas de Bayes y en la comprensión de conceptos de inferencia, por lo que su presencia en los futuros profesores de matemática requeriría algunas acciones formativas dirigidas a su superación. En lo que sigue se describen los antecedentes del estudio, material y método y se discuten los resultados.

## Antecedentes

### La falacia del eje temporal

Dicha falacia, descrita por Falk (1986), consiste en suponer que el suceso condicionante en la probabilidad condicional ha de preceder temporalmente al condicionado. Falk encontró que, mientras los alumnos no tenían dificultad para resolver problemas de probabilidad condicional si la condición es temporalmente anterior al suceso cuya probabilidad se pide, en muchos casos son incapaces de calcularla si la condición es posterior a dicho suceso. El autor sugiere que esta falacia se relaciona con la confusión entre condicionamiento y causación. Desde el punto de vista de la probabilidad, una relación de causalidad implica una asociación estadística, pero lo contrario no es siempre cierto. Psicológicamente, sin embargo, la persona que evalúa una probabilidad condicional  $P(A|B)$  puede percibir dos relaciones diferentes, dependiendo:

- Si dentro del contexto se percibe que  $B$  (suceso condicionante) es una causa de  $A$ , se establece entre  $A$  y  $B$  una *relación causal*. Un ejemplo sería preguntar por la probabilidad de que una niña tenga los ojos azules si su padre tiene los ojos azules.
- Si se percibe  $A$  como una causa de  $B$ , la persona establecerá entre  $A$  y  $B$  una *relación diagnóstica*. Un ejemplo sería evaluar la probabilidad que el padre tenga los ojos azules, si la niña tiene los ojos azules.

Aunque matemáticamente los dos enunciados son equivalentes, las relaciones causales se perciben más intensamente que las diagnósticas, según Tversky y Kahneman (1982), quienes describen la existencia de un sesgo causal cuando las personas se enfrentan con tareas relacionadas con la probabilidad condicional.

Por otro lado, Gras y Totahasina (1995) estudiaron dos concepciones erróneas relacionadas sobre la probabilidad condicional:

- En la *concepción cronológica* los estudiantes interpretan la probabilidad condicional  $P(A|B)$  como una relación temporal, donde el suceso condicionante  $B$  siempre

precede al suceso  $A$ .

- En la *concepción causal*, interpretan la probabilidad condicional  $P(A/B)$  como una relación causal implícita, donde el suceso condicionante  $B$  es la causa y  $A$  la consecuencia.

### Razonamiento probabilístico de futuros profesores

Las escasas investigaciones sobre el razonamiento probabilístico de futuros profesores de primaria (por ejemplo, Azcárate, 1996; Azcárate, Cardeñoso y Porland, 2001; Watson, 2001; Batanero, Cañizares y Godino, 2005; Ortiz, Nordin, Batanero, Serrano y Rodríguez, 2006; Contreras, Estrada, Díaz, y Batanero, 2010), indican que éstos presentan sesgos relacionados con la probabilidad y los realizados con profesores de secundaria indican dificultades con la probabilidad condicional (Huerta y Cerdán, 2010). Estos sesgos son también frecuentes en los alumnos de secundaria, por lo que los futuros profesores debieran haberlos superado y saber evaluarlos en sus alumnos. En consecuencia, en este trabajo ampliamos los anteriores estudios con una evaluación de las dificultades que los futuros profesores de Educación Secundaria y Bachillerato tienen con la falacia del eje temporal.

### Metodología

En el estudio participaron 196 futuros profesores, divididos en 95 alumnos de la Licenciatura de Matemáticas y 101 alumnos del Máster Universitario de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas, especialidad Matemáticas. La submuestra de alumnos de matemáticas ha sido tomada en tres universidades: Granada, La Laguna y Salamanca y la de alumnos del Máster en las Universidades de Alicante, Cádiz, Barcelona, Extremadura, Granada, Navarra, Salamanca, Santiago de Compostela y Valladolid, lo que supone una variedad de comunidades autónomas y situación geográfica. En cada grupo participaron entre el 90 y 100% de los estudiantes matriculados. Se analizaron los estudios previos de los alumnos del Máster, siendo menos de la mitad licenciados en Matemáticas, aunque la formación en matemáticas era alta, pues el resto eran alumnos de ingenierías, arquitectura, ciencias o ciencias empresariales; todos tuvieron uno o varios cursos obligatorios de estadística durante su formación.

El cuestionario (Figura 1) estuvo formado por tres ítems de opción múltiple, tomados del cuestionario RPC (Razonamiento sobre probabilidad condicional; Díaz 2007) que se plantearon en la misma forma que en las investigaciones, previas, tal como se presentan en dicha figura, no pidiendo una justificación de la solución. El resultado correcto del ítem 1 (original de Ojeda, 1995) es el (c). Una solución posible se obtiene aplicando el Teorema de Bayes:

$$P(I|R) = \frac{P(I \cap R)}{P(R)} = \frac{P(R|I) \times P(I)}{P(R|I) \times P(I) + P(R|II) \times P(II)} = \frac{1 \times \frac{1}{2}}{1 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{3}$$

También puede razonarse intuitivamente que la mitad de las bolas que llegan a II y todas las que pasan por I van a R. Por tanto, de tres bolas que lleguen a R, dos provienen de I. Otras soluciones posibles dan el mismo resultado.

Si se elige el distractor (b) se confunde el suceso condicionante, calculando la probabilidad de que, habiendo salido la bola por  $R$ , hubiese pasado por  $II$ . Si se elige (a)

no se está teniendo en cuenta las bolas que caen por el orificio  $B$ , es decir, el condicionamiento por un suceso posterior, haciendo una incorrecta restricción del espacio muestral. Si se elige (d) se piensa que no se puede calcular; en los distractores (a) y (d) el alumno comete la falacia del eje de tiempos.

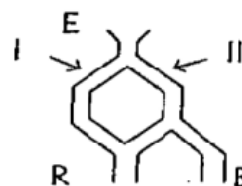
El ítem 2 evalúa la capacidad de calcular la probabilidad condicional en un contexto de muestreo sin reposición. El alumno ha de imaginar la composición de la urna una vez sacada la bola negra, es decir, el hecho de que *la probabilidad condicional supone una restricción del espacio muestral*. Una vez sacada una bola negra, tenemos una bola negra y dos blancas, por lo que la probabilidad de obtener una bola negra es igual a  $1/3$ .

- Si elige el distractor (a) se confunde muestreo con y sin reposición, ya que está considerando que la extracción de la bola negra no modifica el espacio muestral y la probabilidad es igual a  $1/2$ .
- Si elige el distractor (b) cambia la probabilidad condicional por la conjunta, aplicando la regla del producto:  $(1/2)(1/3)=1/6$ .
- En el distractor (d) se confunde probabilidad condicional y probabilidad simple, considerando la probabilidad de obtener una bola negra en la primera extracción ( $1/4$ ).

La solución del ítem 3 es matemáticamente la misma que la del ítem 2, pero se ha invertido el orden de la condición para evaluar la falacia del eje de tiempo. Este problema parte de una inferencia inversa, lo que requiere un razonamiento probabilístico que es indiferente al orden temporal (Díaz, 2007). Para resolverlo, además de comprender la diferencia entre muestreo con reposición y sin reposición, el alumno ha de comprender de que si en segundo lugar, hay una bola negra, ésta queda eliminada en la primera extracción, por lo que el espacio muestral de la primera extracción queda restringido. Por tanto al conocer que la segunda bola es negra, el espacio muestral se restringe a  $\{(n,n);(b_1,n);(b_2,n)\}$  y  $P(n,n)=\frac{1}{3}$ . La explicación de los distractores es semejante a la realizada para el ítem anterior.

**Ítem 1.** Una bola se suelta en E. Si sale por R, ¿Cuál es la probabilidad de que haya pasado por el canal I?

- a. 0'50
- b. 0'33
- c. 0'66
- d. No se puede calcular



**Ítem 2.** Una urna contiene dos bolas blancas y dos bolas negras. Extraemos a ciegas dos bolas de la urna, una detrás de otra, sin reemplazamiento. ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bola negra en segundo lugar, habiendo extraído una bola negra en primer lugar?  $P(N_2/N_1)$

- a. 1/2
- b. 1/6
- c. 1/3
- d. 1/4

**Ítem 3.** ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bola negra en primer lugar, sabiendo que hemos extraído una bola negra en segundo lugar?  $P(N_1/N_2)$

- a. 1/3
- b. 1/4
- c. 1/6
- d. 1/2

Figura 1. Cuestionario

## Resultados y discusión

Los datos se recogieron durante el segundo cuatrimestre del curso 2009-2010 en las distintas universidades que forman la muestra en una de las asignaturas cursadas por los alumnos. Las instrucciones y tiempo disponible fueron iguales en todos los grupos de estudiantes. Para la recogida de datos se contactó con profesores del último curso de la Licenciatura de Matemáticas y del Máster Universitario de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas. En los casos en que las fechas permitieron la recogida de datos, todos los profesores contactados se interesaron en el trabajo, y se ofrecieron para colaborar.

A dichos profesores se les mandó el cuestionario, junto con una descripción detallada de su contenido, indicando para cada ítem, las soluciones correctas y causas de las incorrectas. Además se les envió una presentación PowerPoint para que posteriormente pudiesen discutir con los alumnos las soluciones y los posibles fallos y sesgos que se encontrasen. De este modo la actividad de completar el cuestionario, junto con la sesión posterior de corrección y análisis de los sesgos se convirtió en una actividad formativa sobre didáctica de la probabilidad en las universidades y cursos participantes.

En las Tabla 1 y 2 se muestran los resultados del ítem 1, donde solamente un 23,5% de estudiantes de la muestra dio una respuesta correcta al problema, aunque los resultados fueron mejores que los de Díaz (2007) con alumnos de Psicología. El 67,3%

de nuestra muestra y el 76,8% de la de Díaz que dio como respuesta el distractor (a), no teniendo en cuenta las bolas que caen por *B*, es decir el condicionamiento por un suceso posterior. Agrupando los resultados de los distractores (a) y (d), vemos que el 68,3% de los sujetos de nuestra muestra y el 78,5% de la muestra de Díaz incurrió en la falacia del eje de tiempos. El distractor (b) dado por un 7,7% y el 8,9% indica que se han considerado equiprobables los tres caminos, cayendo en el sesgo de equiprobabilidad (Lecoutre, 1992).

Tabla 1. Resultados en el ítem 1

	Futuros profesores (n=196)		Psicología (n=414)	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
a. 0,50	132	67,3	318	76,8
b. 0,33	15	7,7	37	8,9
c. 0,66	46	23,5	41	9,9
d. No se puede calcular.	2	1,0	7	1,7
En blanco.	1	0,5	11	2,7
Total	196	100,0	414	100,0

Tabla 2. Resultados en el ítem 1

	Matemáticas (n=95)		Máster (n=101)	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
a. 0,50	62	65,3	70	69,3
b. 0,33	9	9,5	6	5,9
c. 0,66	22	23,1	24	23,8
d. No se puede calcular.	2	2,1	0	0
En blanco.	0	0	1	1,0
Total	95	100,0	101	100,0

Al comparar los dos grupos de nuestra muestra (Tabla 2), los resultados son semejantes. El porcentaje de respuestas correctas es similar en los alumnos del Máster y de la licenciatura con un 23,1 % y un 23,8% respectivamente. Destaca el 67,4% del grupo de la licenciatura y el 69,3% del máster que incurrió en la falacia del eje de tiempo.

Los resultados en el ítem 2 (Tablas 3 y 4) muestran que el porcentaje mayoritario de alumnos de nuestra muestra (64,3%), fue capaz de contestar correctamente al problema de muestreo con reposición, cuando el suceso condicionante antecede al condicionado. Comparando estos datos con los de Díaz, vemos que se asemeja el porcentaje de respuestas correctas, aunque este es un poco mayor con un 68,8%. El problema fue sencillo en ambos grupos.

Tabla 3. Resultados en el ítem 2

	Futuros profesores (n=196)		Psicología (n=414)	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
a. 1/ 2	7	3,6	23	5,6
b. 1/ 6	52	26,5	70	16,9
c. 1/ 3	126	64,3	285	68,8
d. 1/ 4	8	4,1	30	7,3
En blanco.	3	1,5	6	1,4
Total	196	100,0	414	100,0

Tabla 4. Resultados en el ítem 2

	Matemáticas (n=95)		Máster (n=101)	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
a. 1/ 2	4	4,2	3	3,0
b. 1/ 6	23	24,2	29	28,7
c. 1/ 3	62	65,3	64	63,3
d. 1/ 4	4	4,2	4	4,0
En blanco.	2	2,1	1	1,0
Total	95	100,0	101	100,0

Un 3,6% de sujetos de nuestra muestra y un 5,6% de la de Díaz confundieron muestreo con y sin reposición (distractor a), considerando que la extracción de la bola negra no modifica el espacio muestral y, por tanto, identificaban la probabilidad como 1/2. Otro 26,5% y 16,9%, respectivamente, confundieron la probabilidad condicional y la conjunta (distractor b) aplicando la regla del producto  $(1/2) \times (1/3) = 1/6$ . Y por último

un 4,1% y un 7,3%, respectivamente, confunde probabilidad condicional y simple (distractor d) ya que consideran únicamente la probabilidad simple de obtener una bola negra en la primera extracción ( $1/4$ ). La comparación de los dos grupos (Tabla 4), indican una homogeneidad entre ambos grupos, aunque un 4,5% más de alumnos del Máster que se decantaron por el distractor (b), donde se confunde la probabilidad condicional y la conjunta.

En las Tablas 5 y 6 se presentan los resultados del ítem 3, donde se pretendía conocer como los futuros profesores resuelven problemas de probabilidad condicional cuando se invierte el eje de tiempo en contexto de muestreo sin reposición. Observamos que solamente lo realizó correctamente un 29,6% de nuestra muestra y un 23,9% de los alumnos de la muestra de Díaz, confirmando la hipótesis de Falk (1986), de que la dificultad de los problemas de probabilidad condicional crece cuando se invierte el eje temporal, pues formalmente, el ítem es similar al ítem 2 donde la respuesta mayoritaria fue correcta en ambos grupos. La mejor preparación matemática en nuestro estudio, en comparación con los estudiantes de Psicología no sirvió para superar este sesgo.

Un 32,7% de los futuros profesores y un 36,5% de la de Díaz no entendieron que se puede condicionar un suceso con otro que ocurra posteriormente, ya que eligieron el distractor (d) que evaluaba la falacia del eje temporal. Un 12,8% y un 9,2% de sujetos, respectivamente, se decantaron por el distractor (c) confundiendo probabilidad condicional y simple. Por último, un 20,8% y un 24,9%, respectivamente, eligieron la opción (b) confundiendo la probabilidad condicional y conjunta, error señalado por Falk (1986). Al comparar los licenciados en matemáticas y alumnos del Máster (Tabla 6), los resultados son algo mejores por parte de los alumnos del Máster, aunque el porcentaje de alumnos que incurrió en la falacia del eje de tiempos, distractor (d), fue similar en ambos grupos.



Tabla 5. Resultados en el ítem 3

	Futuros profesores (n=196)		Psicología (n=414)	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
a. 1/3	58	29,6	99	23,9
b. 1/4	41	20,8	103	24,9
c. 1/6	25	12,8	38	9,2
d. 1/2	64	32,7	151	36,5
En blanco.	8	4,1	23	5,5
Total	196	100,0	414	100,0

Tabla 6. Resultados en el ítem 3

	Matemáticas (n=95)		Máster (n=101)	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
a. 1/3	22	23,2	36	35,6
b. 1/4	24	25,3	17	16,8
c. 1/6	12	12,6	13	12,9
d. 1/2	32	33,7	32	31,7
En blanco.	5	5,2	3	3,0
Total	95	100,0	101	100,0

## Conclusiones e implicaciones

Los resultados de nuestro estudio muestran que los participantes en el estudio respondieron a las preguntas no teniendo en cuenta el condicionamiento por un sucesos posterior al condicionado en los ítems 1 y 3. En la literatura de investigación estas respuestas se interpretan como indicativas de la falacia del eje temporal, que, de acuerdo a los resultados podrían afectar a una proporción importante de participantes en el estudio, tanto de aquellos que se preparan como futuros profesores de matemáticas de secundaria, como los licenciados de matemáticas en su último año de estudio. Los resultados no son mejores que los de los licenciados en Psicología en su primer año de estudio, a pesar de la diferencia de formación matemática de ambos colectivos.

Estos resultados son visibles en las respuestas el ítem 1, pero especialmente al comparar los resultados de los ítems 2 y 3. Los participantes resuelven con facilidad un problema de probabilidad condicional en contexto de muestreo sin reposición si se les da el resultado de la primera extracción (ítem 2), pero no cuando se les da el de la segunda (ítem 3) aunque ambos problemas son formalmente equivalentes desde el punto

de vista matemático (Falk, 1986). La explicación es que en el ítem 2 la inferencia causal es natural y compatible con el eje temporal, pero la segunda situación donde se nos pide hacer una inferencia inversa, requiere un razonamiento probabilístico que es indiferente al orden temporal, lo causa dificultades psicológicas a los participantes.

Sin embargo, estas son las situaciones a que tienen que enfrentarse en contenidos como el Teorema de Bayes, el contraste de hipótesis (nivel de significación, tipos de error), o intervalos de confianza, temas que han de ser explicados en el Bachillerato de Ciencias Sociales por los futuros profesores de educación secundaria y Bachillerato. Deducimos la importancia de evaluar y hacer superar este sesgo a los futuros profesores de modo que lleguen a entender que la probabilidad de un suceso puede ser revisada a la luz de resultados posteriores y la importancia de la actualización de probabilidades en inferencia, así como reconocer los problemas en que deben aplicar este razonamiento.

La compleja relación descrita por Borovcnik y Peard (1996) entre los conceptos probabilísticos y la intuición se muestra en nuestro estudio. Observamos un problema didáctico en la formación de futuros profesores y de licenciados de matemática, quienes tienen una preparación matemática suficiente en probabilidad condicional, que no es suficiente para evitar sesgos de razonamiento. Coincidimos con Aguilar, Navarro, López y Alcalde (2002) en la necesidad de prestar más atención en la enseñanza a las heurísticas y sesgos y la importancia que en la resolución de los problemas matemáticos tienen los procesos psicológicos.

## Referencias

- Aguilar, M., Navarro, J.I., López, J.M. y Alcalde, C. (2002). Pensamiento formal y resolución de problemas matemáticos. *Psicothema*, 14(2), 382-386.
- Azcárate, P. (1996). *Estudio de las concepciones disciplinares de futuros profesores de primaria en torno a las nociones de aleatoriedad y probabilidad*. Granada: Editorial Comares.
- Azcárate, P., Cardeñoso, J. M. y Porland, R. (2001). Concepciones de futuros profesores de primaria sobre la noción de aleatoriedad. *Enseñanza de las Ciencias*, 16(1), 85-97.
- Batanero, C., Cañizares, M. J. y Godino, J. (2005). Simulation as a tool to train preservice school teachers. En J. Addler (Ed.), *Proceedings of ICMI First African Regional Conference*. [CD-ROM]. Johannesburg: International Commission on Mathematical Instruction.
- Borovcnik, M. y Peard, R. (1996). Probability. En A. Bishop, et al. (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 239-288). Dordrecht: Kluwer.
- Contreras, J. M. (2011). *Evaluación de conocimientos y recursos didácticos en la formación de profesores sobre probabilidad condicional*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Contreras, J. M., Estrada, A., Díaz, C. y Batanero, C. (2010). Dificultades de futuros profesores en la lectura y cálculo de probabilidades en tablas de doble entrada. En M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo y T. Sierra (Eds.). *Investigación en Educación Matemática XIV* (p. 271-280). Lleida: SEIEM.
- Díaz, C. (2007). *Viabilidad de la inferencia bayesiana en el análisis de datos en Psicología*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.

- Falk, R. (1986). Misconceptions of statistical significance. *Journal of Structural Learning*, 9, 83–96.
- Gras, R., y Totohasina, A. (1995). Chronologie et causalité, conceptions sources d'obstacles épistémologiques à la notion de probabilité conditionnelle [Chronology and causality, conceptions sources of epistemological obstacles in the notion of conditional probability]. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 15(1), 49-95.
- Huerta, M. P. y Cerdán, F. (2010). El cálculo de probabilidades en la formación del profesorado de matemáticas de secundaria. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, y T.A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 353-364). Lleida: SEIEM.
- Lecoutre, M. P. (1992). Cognitive models and problem spaces in "purely random" situations. *Educational Studies in Mathematics*, 23, 557-568.
- MEC (2006). *Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria*.
- MEC (2007). *Real Decreto 1467/2007, de 2 de noviembre, por el que se establece la estructura del bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas*.
- Ojeda, A. M. (1995). Dificultades del alumnado respecto a la probabilidad condicional. *UNO*, 5, 37-55.
- Ortiz, J., Nordin, M., Batanero, C., Serrano, L. y Rodríguez, J. (2006). Comparación de probabilidades en maestros en formación. En P. Bolea, M. J. González y N. Moreno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática X* (pp. 268-276). Huesca: SEIEM.
- Pierce, R. y Chick, H. (2011). Teachers' beliefs about statistics education. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics- Challenges for teaching and teacher education* (pp. 151-162). New York: Springer.
- Tversky, A. y Kahneman, D. (1982). Causal schemas in judgment under uncertainty. En D. Kahneman, P. Slovic y A. Tversky (Eds.), *Judgement under uncertainty: Heuristics and biases* (pp. 117-128). Cambridge, MA: Cambridge University Press.
- Watson, J. M. (2001). Profiling teachers' competence and confidence to teach particular mathematics topics: The case of data and chance. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4, 305-337.